# بهبود کیفیت اپتیکی ورق پلی‌متیل‌متاکریلات به‌کمک روش شکل‌دهی با لاستیک*

مجید رضایی (۱)	کورش حسن‌پور (۲)

**چکیده** پلی‌متیل‌متاکریلات (پی.ام.آ) یکی از پلیمرهای شفاف است که عموماً به‌روش شکل‌دهی حرارتی، شکل داده می‌شود. یکی از نکات مهم در تولید این محصول کیفیت اپتیکی آن است. به‌این‌منظور، استفاده از شبیه‌سازی فرایند در نرم‌افزار اجزای محدود، از اهمیت بالایی برخوردار است. در این مقاله فرایند شکل‌دهی پی.ام.آ به‌کمک رفتار الاستیک- پلاستیک ماده شبیه‌سازی و پس از مقایسهٔ نتایج حاصل با نتایج تجربی حاصل از آزمایش‌های عملی، صحت شبیه‌سازی با مدل الاستیک- پلاستیک بررسی می‌گردد. سپس بااستفاده از شکل‌دهی به‌کمک لاستیک، روند توزیع ضخامت و کرنش برشی نهایی قطعه در اختیار قرار می‌گیرد و محصولی با ویژگی‌ها و کیفیت مطلوب به‌دست می‌آید. با انتخاب لاستیکی با خواص نزدیک به ورق، می‌توان از اثر گذاشتن آن برروی ورق در حین فرایند شکل‌دهی جلوگیری نمود.

**واژه‌های کلیدی** پلی‌متیل‌متاکریلات; شکل‌دهی گرم; شبیه‌سازی; خصوصیات اپتیکی; لاستیک.

# Improving Optical Quality of Poly methyl methacrylate Sheet by Forming with Rubber

M. Rezaei	K. Hasanpour

**Abstract** *Poly methyl methacrylate (PMMA) is one of the transparent polymers prevalently formed through thermoforming process. One of the important factors in this production is its optical quality. Using finite element simulation is very important to this aim. In this paper, PMMA thermoforming process is simulated using elastic-plastic model and accuracy of the results is verified by comparison with that of experimental data optained from tests. Then, thickness distribution and final shear strain are controlled by forming with rubber and a product with appropriate properties and quality is obtained. By choosing rubber with properties similar to the sheet, the rubber effects on sheet can be prevented.*

**Key Words** Poly Methyl Meth Acrylate; Thermoforming; Simulation; Optical properties; Rubber.

---

*تاریخ دریافت مقاله ۹٤/۱۲/۷ و تاریخ پذیرش آن ۹۵/۱۲/۳ می‌باشد. DOI: 10.22067/fum-mech.v29i1.54157

(۱) نویسندهٔ مسئول: دانشجوی کارشناسی ارشد، مهندسی مکانیک، دانشگاه اصفهان. maj.rezaei@eng.ui.ac.ir

(۲) استادیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه اصفهان.

**مقدمه**

پلیمرها درحین تغییرشکل بسته به ویژگی‌ها و خواص خود، رفتارهای متفاوتی نشان می‌دهند. این رفتارها علاوه‌بر شکل نهایی قطعه، برروند شکل‌دهی و نیز میزان هزینه و زمان صرف شده برای شکل‌دهی مؤثر است. از طرفی، در فرایندهای شکل‌دهیِ پلیمرهای شفاف، ویژگی‌های اپتیکی محصول نهایی از اهمیت ویژه‌ای برخوردار است؛ به‌گونه‌ای که شاید بتوان تأیید نهایی کیفیت قطعه را، تا حد زیادی وابسته به خصوصیات اپتیکی آن دانست. شرایط اپتیکی محصول و به‌عبارت صحیح‌تر، میزان اعوجاج در ورق و شکست نور در قسمت‌های مختلف آن، باید در حد مطلوب باشد. لذا انجام فرایند شکل‌دهی به‌نحوی‌که قطعهٔ نهایی کیفیت اپتیکی قابل قبولی داشته باشد، از نکات اصلی در تولید پلیمرهای شفاف است. با شبیه‌سازی صحیح فرایند، امکان شناسایی عوامل مؤثر بر کیفیت اپتیکی محصول و تلاش درجهت بهبود این کیفیت فراهم می‌گردد. به‌کمک روش اجزای محدود می‌توان باتوجه به شرایط فرایند شکل‌دهی و خصوصیات مادهٔ اولیه، ویژگی‌های محصول نهایی را پیش‌بینی نمود و فرایند شکل‌دهی را به‌گونه‌ای طراحی کرد که قطعهٔ نهایی، ویژگی‌های موردنظر را داشته باشد [1].

در این مقاله سعی شده تا با کمک گرفتن از نرم‌افزار اجزای محدود، رفتار پلیمر پلی‌متیل‌متاکریلات (Poly Methyl Methacrylate) در حین فرایند شکل‌دهی و خصوصیات نهایی محصول پیش‌بینی شود و با استفاده از روش پیشنهادی شکل‌دهی به‌کمک لاستیک، محصولی با خصوصیات اپتیکی مطلوب به‌دست آید.

***شکل‌دهی حرارتی آزاد.*** شکل‌دهی حرارتی، فناوری شکل‌دهی محصولات مختلف بااستفاده از حرارت است. در کلیهٔ عملیات شکل‌دهی حرارتی، مادهٔ اولیه ورق می‌باشد. ورق مسطح تا دمای نرمی (Softening Temperature) حرارت داده می‌شود و سپس با اعمال فشار هوا یا ایجاد خلأ و همچنین درصورت نیاز، باکمک سنبه به‌سمت دیوارهٔ قالب هدایت می‌شود و پس‌از سرد شدن از قالب خارج می‌شود. این شکل‌دهی، افزایش طول و کاهش ضخامت ورق را درپی دارد. برای انجام این فرایند لازم است که مادهٔ پلیمری در حالت لاستیکی خود قرار گیرد تا ماده از استحکام مناسب و قابلیت افزایش طول کافی برخوردار باشد و دچار پارگی نشود.

بسیاری از فلزات، پلیمرها و پلاستیک‌ها به‌کمک این روش شکل داده می‌شوند. به‌دلیل وجود برخی ویژگی‌ها از قبیل سادگی، ارزان بودن تجهیزات و قابلیت ادغام روش‌های مختلف، فرایند شکل‌دهی حرارتی به یکی از پرکاربردترین روش‌های شکل‌دهی تبدیل شده است که قابلیت تولید بسیاری از محصولات را دارد. در فرایند شکل‌دهی حرارتی، تماس بین قالب و ورقِ نرم‌شده می‌تواند روی محصول خروجی، به‌ویژه برروی خصوصیات نوری و اپتیکی آن اثرات نامطلوبی بگذارد. لذا روش‌هایی که در آنها تماس بین قالب و ورق وجود ندارد می‌تواند محصول بهتری ازجهت خواص اپتیکی ارائه دهد.

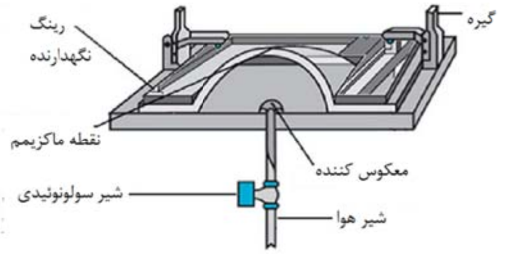
شکل‌دهی آزاد گونه‌ای از انواع روش‌های شکل‌دهی حرارتی است که برای شکل دادن ورق‌های مسطح و بااستفاده از نیروی فشار هوا یا ایجاد خلأ انجام می‌شود. در این فرایند یک ورق مسطح که اطراف آن به‌وسیلهٔ گیره مهار شده است، به یک شکل سه‌بعدی تبدیل می‌شود [2]. دمای قطعه در فرایند شکل‌دهی آزاد از دمای نقطهٔ نرمی آن فراتر می‌رود. بدین‌ترتیب ورق در حالت خمیری قرار می‌گیرد و به‌راحتی شکل می‌پذیرد [3].

عموماً در روش شکل‌دهی آزاد، فشار هوا و یا کشش ناشی از ایجاد خلأ به بالا یا پایین ورق اعمال

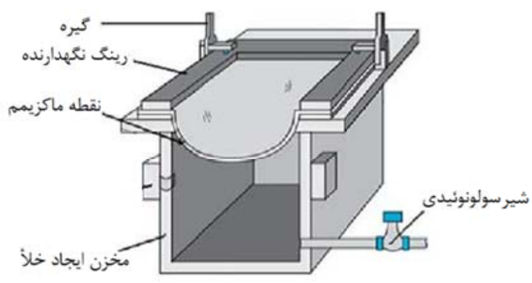
می‌شود و ورق شروع به باد شدن می‌کند (شکل‌های ۱و۲). پس از آن ورق سرد می‌شود و فشار اعمالی قطع می‌شود و محصول نهایی به‌دست می‌آید.
به‌دلیل وجود برخی ویژگی‌ها از قبیل سادگی، ارزان بودن تجهیزات و قابلیت ادغام روش‌های مختلف، این روش به یکی از پرکاربردترین روش‌های شکل‌دهی تبدیل شده است که قابلیت تولید بسیاری از محصولات را دارد. روش شکل‌دهی آزاد معایبی نیز دارد؛ مثلاً در این روش، مادهٔ اولیه حتماً باید به‌صورت ورق باشد؛ امکان تولید قطعات سوراخ‌دار وجود ندارد و کنترل دقیقی روی ضخامت نهایی قطعه صورت نمی‌گیرد [4].

در فرایند شکل‌دهی آزاد، به‌دلیل آنکه تماس بین قالب و ورق وجود ندارد می‌توان محصول بهتری ازجهت خواص اپتیکی به‌دست آورد. از مزایای این روش آن است که ورق و قالب جز در کناره‌ها، هیچ تماسی با یکدیگر ندارند و بدین ترتیب اثری از قالب برروی محصول نهایی باقی نمی‌ماند. این امر باعث شده است تا محصولات به‌دست آمده با این روش از خصوصیات اپتیکی مطلوبی برخوردار باشند [5, 6]. از دیگر مزایای این روش می‌توان به سرد شدن یکنواخت و تدریجی ورق پس از شکل‌دهی اشاره نمود. زیرا دو طرف ورق در معرض هوا قرار دارند. باید درنظر داشت که در این نوع شکل‌دهی ضخامت وسط ورق که پس از شکل‌دهی بیش‌ترین ارتفاع را پیدا می‌کند، از ضخامت سایر نقاط کم‌تر می‌شود. لذا شرایط شکل‌دهی و میزان بار اعمالی باید به‌گونه‌ای باشد که ضخامت این ناحیه از یک حد قابل قبول کمتر نشود. از مسایل مهم در این روش، بهینه‌سازی توزیع ضخامت در محصول نهایی است.

کیفیت محصول نهایی تا حد زیادی وابسته به جریان ماده در حین فرایند و توزیع ضخامت نهایی قطعه است، به‌گونه‌ای که اگر بتوان به‌نحوی توزیع ضخامت قطعه در طول شکل‌دهی را در اختیار گرفت، می‌توان به محصولی با ویژگی‌های بهتر دست یافت.




شکل ۱ ساز و کار روش شکل‌دهی آزاد با فشار هوا [7]




شکل ۲ ساز و کار روش شکل‌دهی آزاد به‌کمک ایجاد خلأ [7]

***پلی‌متیل‌متاکریلات (پی.ام.ام.آ).*** پلی‌متیل‌متاکریلات یا پی.ام.ام.آ یکی از انواع پلیمرهای شفاف است که طی فرایند پلیمریزاسیون از مادهٔ متیل‌کریلات به‌دست می‌آید. از ویژگی‌های این ماده می‌توان به سختی، مقاومت در برابر تغییرات شرایط جوی، شفافیت بالا، خواص اپتیکی قابل قبول، چگالی کم، انعطاف‌پذیری و قابلیت شکل‌پذیری خوب اشاره کرد [4]. مصارف عمدهٔ پی.ام.ام.آ که به شیشهٔ اکریلیک نیز معروف است، به‌دلیل توانایی عبور درصد بالای نور از خود می‌باشد. از کاربردهای آن می‌توان به استفاده در صنایع هوانوردی، صنعت حمل و نقل و اتومبیل‌سازی و ساخت تجهیزات شفاف و مقاوم اشاره کرد.

پی.ام.ام.آ نسبت به سایر پلیمرها برتری‌هایی دارد. مثلاً مقاومت آن در برابر ضربه و قابلیت شکل‌پذیری آن نسبت به شیشه‌های معمولی بیش‌تر است [7].

پی.ام.اِم.آ یکی از سخت‌ترین گرمانرم‌ها (Thermoplastic) است که مقاومت بالایی دربرابر خراشیدگی نیز دارد. جدول (۱) برخی از ویژگی‌های مکانیکی پی.ام.آ را نشان می‌دهد. البته این ماده معایبی نیز دارد که از جملهٔ آنها می‌توان به مقاومت کم در برابر حلال، به‌ویژه کتون‌ها، استرها، کلروکربن‌ها، هیدروکربن‌های آروماتیک و فریون و نیز قابلیت احتراق اشاره کرد. پایداری گرمایی پی.ام.آ معمولاً تا زیر $70^{\circ}$ C است. ولی تحت شرایط خاصی مانند فشار بالا می‌توان این دما را تا $100^{\circ}$ C افزایش داد [8]. برخی از ویژگی‌های گرمایی این ماده در جدول (۲) آمده است.

خواص نوری پی.ام.آ از اهمیت ویژه‌ای برخوردار است. این ماده نور خیلی کمی را جذب می‌کند (٤٪)، و برای نور عمودی، حدود ٤٪ بازتاب در سطح مشترکی از بسپار- هوا اتفاق می‌افتد. بدین‌ترتیب میزان عبور نور عمودی از یک ورق پی.ام.آ عاری از لکه حدود ۹۲٪ می‌باشد [4].

برای شکل‌دهی ورق پی.ام.آ از روش‌های مختلفی ازجمله شکل‌دهی آزاد استفاده می‌شود [7]. در تمام این روش‌ها دمای شکل‌دهی نزدیک به دمای نقطهٔ نرمی پی.ام.آ، یعنی بین ۱۳۰تا $140^{\circ}$ C است. در چنین شرایطی، پی.ام.آ در حالت خمیری قرار می‌گیرد و به‌راحتی شکل می‌پذیرد.

جدول ۱ ویژگی‌های مکانیکی پی.ام.آ [10]

| ویژگی مکانیکی | مقدار |
|---|---|
| چگالی | 1.5 – 1.19(g/cm3) |
| مدول یانگ | 20(MPa) |
| قابلیت جذب آب | 0.2 – 3(٪) |
| سختی (راکول M) | 63 - 97 |
| استحکام کششی نهایی | 47 – 79(MPa) |
| طویل‌شدگی (Elongation) در نقطهٔ شکست | 1 – 30(٪) |
| مدول کششی | 2.2 – 3.8(GPa) |

محققان زیادی درمورد رفتار و ویژگی‌های پی.ام.آ تحقیق کرده‌اند. به‌طور مثال مولیکن و بویس (۲۰۰٦) یک دسته معادلات ساختاری هایپرالاستیک برای پی.ام.آ در نرخ کرنش‌های پایین پیشنهاد کردند [9]. باتوجه به اینکه در نرخ کرنش‌های بالا، کار پلاستیک برای پلیمرهای شیشه‌ای تبدیل به گرما می‌شود، نتایج حاصل از معادلات پیشنهادی مولیکن و بویس در نرخ کرنش‌های بالا تفاوت عمده‌ای با نتایج عددی داشت. وارگس و باترا در روابط پیشنهادی مولیکن و بویس دو اصلاح ایجاد کردند و نتایج حاصل را کمی بهبود بخشیدند [9].

جدول ۲ ویژگی‌های حرارتی پی.ام.آ [10]

| ویژگی گرمایی | مقدار |
|---|---|
| ظرفیت گرمایی ویژه | 1.46 – 1.47(J/g.°C) |
| رسانندگی گرمایی | 0.19 – 0.24(W/m.K) |
| دمای نقطه ذوب | 170(° C) |
| دمای نرمی | 130 – 140(° C) |
| انبساط حرارتی | $50 – 90*10^{-6}$(1/k) |

دانگ و همکاران [3] فرایند شکل‌دهی ورق‌های ساخته‌شده از جنس پلیمرهای شیشه‌ای (اکریلیک) را به‌کمک مدل صریح (Explicit) شبیه‌سازی کردند. آنها از مدل هایپرالاستیک برای توصیف رفتار مکانیکی ماده استفاده کردند. این مدل فرایند شکل‌دهی را شبیه‌سازی می‌کند، اما امکان شبیه‌سازی مراحل باربرداری و سرد شدن را ندارد. زیرا با سرد شدن ماده و حذف بار، ورق به حالت اولیهٔ خود برمی‌گردد و تمام کرنش ایجادشده را از دست می‌دهد. ریچتون و همکاران [11] پی.ام.آ را به‌صورت یک مادهٔ ویسکوالاستیک درنظر گرفتند و نشان دادند که اثرات ویسکوز در فاز الاستیک برای این ماده ناچیز است. کانر و همکاران [12] از تست کشش دومحوره برای به‌دست آوردن خواص ماده پی.ام.آ استفاده کردند و درنتیجه مدل هایپرالاستیک را برای

شبیه‌سازی فرآیند شکل‌دهی فشاری با سنبهٔ کمکی در نرم‌افزار آباکوس به‌کار بردند. آنها سنبه و قالب را به‌صورت صلب فرض کردند و ضخامت قطعهٔ نهایی را در سی موقعیت متفاوت در امتداد پروفیل آن ها اندازه‌گیری و با نتایج واقعی مقایسه کردند و به این نتیجه دست یافتند که مدل هایپرالاستیک برای پیش‌بینی توزیع ضخامت این پلیمر چندان مناسب نمی‌باشد. شیر و همکاران [13] نشان دادند که برای پلیمرها در نرخ کرنش پایین، اثرات ویسکوپلاستیک قابل صرف‌نظر کردن است. آزدست و همکاران [14] نیز فرایند شکل‌دهی ترکیبی را برای پی.ام.آ پیشنهاد نمودند و از مدل هایپرالاستیک (مونی-ریولین) برای شبیه‌سازی فرایند استفاده کردند.

ملاحظه می‌شود که تعدادی از پژوهشگران از مدل‌های هایپرالاستیک و ویسکوالاستیک برای شبیه‌سازی فرایند شکل‌دهی ورق پی.ام.آ استفاده کرده‌اند. این مدل‌ها فرایند بارگذاری را شبیه‌سازی می‌کنند، اما برای شبیه‌سازی مراحل سرد شدن قطعه و باربرداری نمی‌توان از آنها استفاده نمود. زیرا با سرد شدن ماده و حذف بار، ورق به حالت اولیهٔ خود برمی‌گردد و تمام کرنش ایجاد شده را از دست می‌دهد. این در صورتی است که در آزمایش‌های واقعی، با سرد شدن و حذف بار از روی ورق شکل‌گرفته، تنها مقدار کمی از ارتفاع آن از دست می‌رود. می‌توان این‌گونه نتیجه‌گیری کرد که در حین فرایند شکل‌دهی، مادهٔ پی.ام.آ وارد فاز پلاستیک می‌شود و بخش عمدهٔ شکل‌دهی در این فاز انجام می‌شود. این در حالی است که مدل‌های مذکور چنین ویژگی ندارند. برگشت ارتفاع ناشی از سرد شدن و باربرداری می‌تواند برروی پروفیل نهایی، ضخامت و کیفیت اپتیکی آن اثر گذارد. بنابراین برای توصیف رفتار مکانیکی این ماده باید از مدل مناسب‌تری استفاده کرد. در این مقاله، مدل الاستیک-پلاستیک برای شبیه‌سازی فرایند شکل‌دهی گرم پی.ام.آ مورداستفاده قرار گرفته و نتایج حاصل از شبیه‌سازی با نتایج آزمایش‌های عملی مقایسه شده است. همچنین میزان برگشت ارتفاع ورق پس از سرد شدن هم با این مدل توصیف می‌گردد.

در به‌کارگیری رفتار الاستیک- پلاستیک از یک مدل الاستیک خطی همسان‌گرد طبق رابطهٔ (۱) برای بیان فاز الاستیک استفاده شده است:

$$\sigma_{ij} = C_{ijkl}\,\varepsilon^{e}_{kl} \quad (۱)$$

نمو کل کرنش، طبق رابطهٔ (۲) به‌صورت تجزیهٔ جمعی نمو کرنش الاستیک و نمو کرنش پلاستیک درنظر گرفته شده است:

$$d\varepsilon_{ij} = d\varepsilon^{e}_{ij} + d\varepsilon^{p}_{ij} \quad (۲)$$

سطح تسلیم فون مایزز با کارسختی همسان‌گرد و قانون جریان همراه فرض گردید.

$$f = \sqrt{\frac{3}{2} S_{ij} : S_{ij}} - \sigma_Y = 0 \quad (۳)$$

$$d\varepsilon^{p}_{ij} = d\lambda \frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} \quad (٤)$$

در رابطهٔ (۳)، $S_{ij}$ مؤلفه‌های تانسور تنش انحرافی و $\sigma_Y$ تنش تسلیم است که به‌میزان کرنش و کرنش پلاستیک معادل در هر نقطه وابسته است. با نوشتن معادلهٔ (۱) به شکل دیفرانسیلی و جایگزینی از روابط (۲ و ٤) می‌توان نوشت [15]:

$$d\sigma_{ij} = C_{ijkl}\,(d\varepsilon_{kl} - d\lambda \frac{\partial f}{\partial \sigma_{kl}}) \quad (۵)$$

بااستفاده از رابطهٔ (۳) و طی مراحل ریاضی نتیجه می‌شود:

$$d\sigma_{ij} = C^{ep}_{ijkl}\,d\varepsilon_{kl} \quad (٦)$$

که در آن $C_{ijkl}^{ep}$ عبارت است از:

$$C_{ijkl}^{ep} = C_{ijkl} - C_{ijmn}\frac{\partial f}{\partial \sigma_{mn}}\frac{\frac{\partial f}{\partial \sigma_{rs}}C_{rskl}}{A} \quad (۷)$$

در رابطهٔ (۷)

$$A = \left(\frac{\partial f}{\partial \sigma_{ab}}\right)C_{abuv}\left(\frac{\partial f}{\partial \sigma_{uv}}\right) - \left(\frac{\partial f}{\partial p}\right)\left(\left(\frac{2}{3}\right)\left(\frac{\partial f}{\partial \sigma_{ab}}\right)\left(\frac{\partial f}{\partial \sigma_{ab}}\right)\right)^{\frac{1}{2}} \quad (۸)$$

و

$$dp = \left(\frac{2}{3}\, d\varepsilon_{kl}^{p} d\varepsilon_{kl}^{p}\right)^{\frac{1}{2}} \quad (۹)$$

مقادیر کارسختی باتوجه به آزمایش‌های انجام‌شده برروی نمونه‌های پی.ام.اَ در دماهای مختلف به‌دست آمده و در شبیه‌سازی اعمال گردید.

## فرایند شکل‌دهی

در این فرایند یک ورق از جنس پی.ام.اَ توسط فشار هوا به‌شکل یک حباب در می‌آید. ورق پی.ام.اَ به‌صورت دایره به‌قطر ۲۸۰ میلی‌متر و ضخامت ۳ میلی‌متر می‌باشد که به‌منظور پیچ شدن در قالب داری دوازده سوراخ در اطراف آن می‌باشد. در آزمایش موردنظر تجهیزات شکل‌دهی عبارتند از یک قالب کاسه‌ای‌شکل از جنس آلومینیوم که به‌عنوان قالب پایینی به‌کار می‌رود و شیلنگ فشار هوا به آن متصل می‌شود. یک حلقهٔ آلومینیومی به‌ضخامت ٤ میلی‌متر که به‌عنوان قالب بالایی استفاده می‌شود و یک لایهٔ حلقه‌ای از جنس سیلیکون که برای آب‌بندی بین ورق و قالب مورداستفاده قرار می‌گیرد. این تجهیزات در شکل (۳) قابل مشاهده هستند. نیرویی که ورق را در حین فرایند بین قالب‌ها نگه می‌دارد از طریق پیچ‌ها اعمال می‌شود. این پیچ‌ها در شکل (۳) نشان داده شده‌اند.

پس از بسته شدن ورق پی.ام.اَ بین دو قالب، مجموعه درون یک اجاق قرار می‌گیرد و تا دمای $135°$ C گرم می‌شود. برای اطمینان از یکنواختی دمای تمام نقاط ورق، بعد از رسیدن به دمای $135°$ C مجموعه به مدت چهل و پنج دقیقه در این دما باقی می‌ماند. سپس فشار هوای ۰/٤(bar) به‌صورت خطی و به‌مدت یک دقیقه از سمت پایین ورق اعمال می‌شود و ورق شروع به باد شدن می‌کند. بعد از آن درهای اجاق باز می‌شود و با تماس مجموعه با هوای محیط، مجموعه شروع به سرد شدن می‌کند. لازم به ذکر است که در این حالت فشار هوا همچنان با مقدار ثابت ۰/٤(bar) به ورق اعمال می‌شود. با گذشت حدود چهل و پنج دقیقه، دمای تمامی نقاط ورق به‌طور یکنواخت کاهش می‌یابد و دمای آن به دمای محیط می‌رسد. اکنون فشار هوا از روی ورق برداشته می‌شود. باید توجه داشت که با سرد شدن مجموعه، ورق مقداری از ارتفاع خود را از دست می‌دهد و به‌عبارتی، برگشت ارتفاع ورق در این مرحله رخ می‌دهد. اگر ابتدا فشار هوا از روی ورق برداشته شود و سپس ورق سرد شود، میزان برگشت ارتفاع ورق زیاد خواهد بود و این برگشت ارتفاع زیاد، باعث ایجاد اعوجاج در ورق می‌شود که در نتیجهٔ آن عیوب اپتیکی در محصول به‌وجود می‌آید. همچنین توزیع ضخامت در چنین محصولی غیریکنواخت می‌باشد.

پس از باربرداری پیچ‌های قالب باز می‌شوند و محصول نهایی به‌دست می‌آید. برای اندازه‌گیری ارتفاع و ضخامت محصول، این قطعه به دو قسمت مساوی بریده می‌شود و سپس ضخامت در نقاط مشخصی از مقطع و به‌صورت تابعی از فاصله تا لبهٔ ورق اندازه‌گیری شد. برای این کار از ماشین اندازه‌گیری مختصات (CMM) استفاده شده است. مقطع نهایی در شکل (٤) نشان داده شده است. توزیع ضخامت و شکل پروفیل نهایی به‌دست آمده از این آزمایش، با نتایج حاصل از شبیه‌سازی مقایسه شده است.




شکل ۳ اجزای قالب



شکل ٤ مقطع بریده‌شدهٔ محصول نهایی

## شبیه‌سازی به‌کمک اجزای محدود

برای شبیه‌سازی فرایند شکل‌دهی در نرم‌افزار اجزای محدود با مدل الاستیک-پلاستیک، آزمایش‌های کشش تک‌محوره و وارهیدگی انجام شد. نمودار شکل (۵) که از انجام آزمایش وارهیدگی (Relaxation test) برای نمونهٔ پی.ام.آ به‌دست آمد، نشان می‌دهد که در اثر وارهیدگی نمونه، تنها ٦/٨ نیوتن از نیروی اعمالی به قطعه کاهش می‌یابد که درمقابل نیروی لازم برای کشش نمونهٔ (حدود ۷۰۰۰ نیوتن) ناچیز و از مرتبه یک‌هزارم است. لذا اثرات ویسکوز برای این ماده ناچیز و قابل صرف‌نظر کردن است. شبیه‌سازی در شش مرحله انجام گرفت و هرکدام از این مراحل به‌صورت زوج دما-جابه‌جایی ( Coupled Temperature-Displacement) درنظر گرفته شد. از آنجاکه هندسه و شرایط بارگذاری مسئله، همگی به‌صورت متقارن محوری هستند، از مدل دوبعدی متقارن محوری به‌جای مدل سه‌بعدی استفاده شد و نیز شبیه‌سازی به‌روش ضمنی (Implicit) انجام گرفت. برای اطمینان از بررسی صحیح اثرات تنش، کرنش و خمش، تعداد پنج المان درراستای ضخامت درنظر گرفته شد و درمجموع، از ۱۰۰۰ المان چهاروجهی برای تحلیل شکل‌دهی ورق استفاده گردید.

یک ورق دوبعدی مطابق با ابعاد ورق پی.ام.آ مدل شد و از المان‌های پوسته‌ای دوبعدی و متقارن محوری برای تحلیل آن استفاده گردید. مراحل شبیه‌سازی را می‌توان به این صورت خلاصه کرد:

۱- در ابتدا قالب پایینی ثابت می‌شود و مجموعه در دمای شکل‌دهی، یعنی ۱۳۵° C قرار می‌گیرد.

۲- برای مدل‌سازی نیروی پیچ‌ها، یک نیروی متمرکز به قالب بالایی اعمال می‌شود.

۳- در مرحلهٔ سوم فشار هوا به‌صورت خطی به سطح زیرین ورق اعمال و ورق به‌صورت یک حباب باد می‌شود.

٤- پس از اعمال فشار در یک بازهٔ زمانی، با کاهش دمای مجموعه، ورق به‌طور یکنواخت شروع به سرد شدن می‌کند.

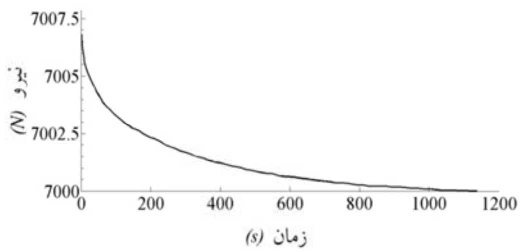
٥- در این مرحله، دمای مجموعه به دمای اتاق می‌رسد. لذا فشار هوا از روی ورق حذف می‌شود.

٦- در مرحلهٔ آخر، نیرو از روی قالب بالایی حذف و قالب بلند می‌شود. به‌این‌ترتیب، باز شدن پیچ‌ها و برداشته‌شدن قالب بالایی از روی ورق شبیه‌سازی می‌شود.

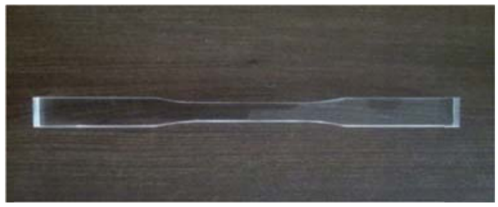
آزمایش‌های کشش سادهٔ نمونهٔ پی.ام.آ در دماهای مختلف (۲٥° C، ۱۰۰°C، ۱۱۰° C، ۱۲۰° C، ۱۳۰° C، ۱٤۰° C) انجام شد. نمونهٔ مورد استفاده برای آزمایش کشش طبق استاندارد ASTM-D638 آماده گردید. شکل‌های (٦ و ۷) به‌ترتیب نمونهٔ تست و دستگاه کشش را نشان می‌دهند. در شکل (۸) نتایج تنش-کرنش حاصل از تست کشش در دماهای مختلف برای مادهٔ پی.ام.آ قابل مشاهده است. از آنجا که نرخ کرنش در فرایند شکل‌دهی

واقعی، ۰/۰۱ ($^1/_s$) است، نمونه‌ها نیز در این نرخ کرنش مورد آزمایش قرار گرفتند.

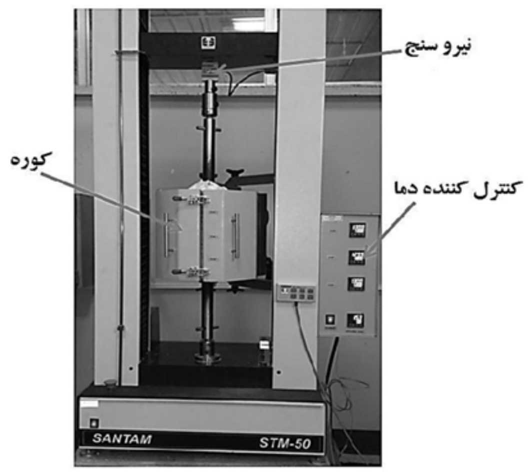
برای مدل‌سازی رفتار مکانیکی پی.ام.اَ در نرم‌افزار از نتایج حاصل از تست کشش ساده استفاده شد. جدول (۳) مدول یانگ به‌دست آمده از آزمایش‌های کشش برای ورق پی.ام.اَ را در دماهای مختلف نشان می‌دهد. سایر مشخصات نمونه از قبیل چگالی، ظرفیت گرمایی، ضریب هدایت گرمایی، ضریب پواسون و... نیز مطابق با مشخصات ارائه‌شده توسط شرکت سازنده، در نرم‌افزار وارد شد.



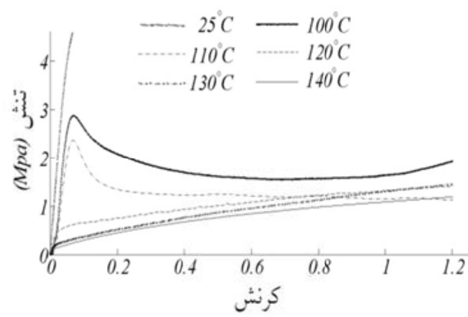

شکل ۵ نمودار تست واهیدگی پی.ام.اَ در دمای شکل‌دهی



شکل ٦ نمونهٔ تست کشش پی.ام.اَ




شکل ۷ دستگاه تست کشش




شکل ۸ نمودار تنش-کرنش مهندسی پی.ام.اَ در دماهای مختلف

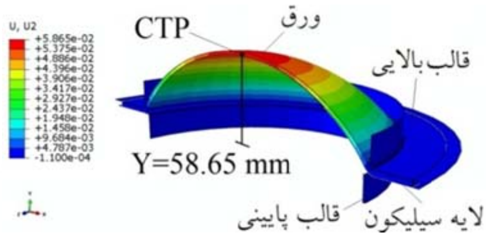
جدول ۳ مدول یانگ پی.ام.اَ در دماهای مختلف به‌دست آمده از تست‌های تجربی

| شماره | مدول یانگ پی.ام.اَ (MPa) | دما (C) |
|---|---|---|
| 1 | 1600 | 25 |
| 2 | 205 | 100 |
| 3 | 120 | 110 |
| 4 | 28 | 120 |
| 5 | 18 | 130 |
| 6 | 15 | 140 |

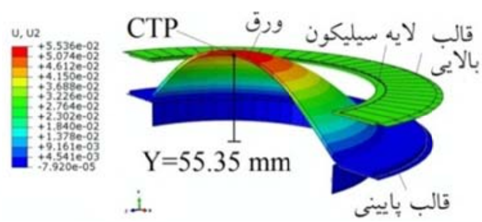
## نتایج شبیه‌سازی

برخی از نتایج به‌دست آمده از شبیه‌سازی فرایند شکل‌دهی در شکل‌های (۹ و ۱۰) به‌نمایش درآمده است. شکل (۹) مربوط به پایان مرحلهٔ بارگذاری (قبل از سرد شدن) و شکل (۱۰) مربوط به محصول نهایی است. ملاحظه می‌شود که با سرد شدن ورق و باربرداری از روی آن مقداری از ارتفاع ورق کاهش می‌یابد که مدل الاستیک-پلاستیک این مسئله را به‌خوبی نشان داده است. این کاهش ارتفاع برروی پروفیل نهایی قطعه و توزیع ضخامت در نقاط مختلف آن تأثیر می‌گذارد. بنابراین اگر نتوان این مرحله را مدل‌سازی نمود، نمی‌توان به پروفیل صحیح قطعه پس از شکل‌دهی دست یافت. بنابراین توزیع ضخامت به‌دست آمده از نرم‌افزار صحیح نیست و اعوجاج ایجادشده در جسم قابل شناسایی نخواهد بود.

پروفیل و ضخامت نهایی به‌دست آمده از شبیه‌سازی با نتایج تجربی مقایسه شده است. در شکل (۱۱) نیمی از پروفیل‌های مقطع برای نمونه‌های تجربی و شبیه‌سازی‌شده رسم و با یک‌دیگر مقایسه شده‌اند. همان‌گونه که ملاحظه می‌شود تطبیق نتایج خوب و قابل قبول است. ارتفاع بیشینه مربوط به نقطهٔ میانی ورق می‌باشد که در این مقاله CTP نامیده می‌شود. این نقطه در دو شکل (۹ و ۱۰) مشخص شده است. شکل (۱۲) میزان ارتفاع نقطهٔ CTP، قبل و بعد از باربرداری و همچنین مقدار برگشت ارتفاع این نقطه را نشان می‌دهد. ملاحظه می‌شود که مقدار برگشت ارتفاع پیش‌بینی‌شده توسط نرم‌افزار تطبیق خوبی با برگشت ارتفاع واقعی دارد.



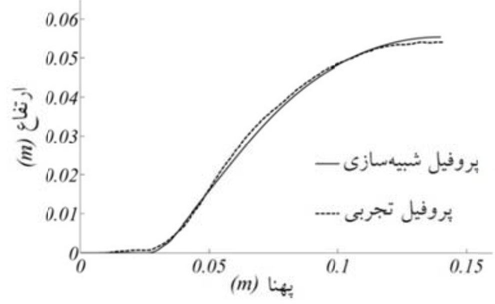
شکل ۹ ورق پی.ام.ام.آ شکل‌دهی‌شده در پایان بارگذاری



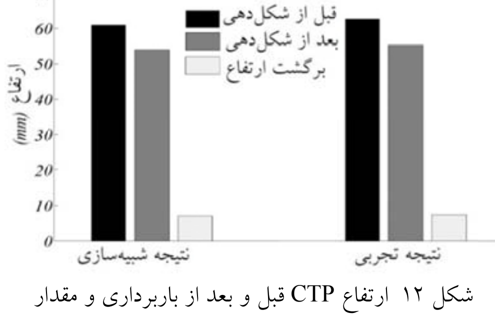
شکل ۱۰ ورق پی.ام.ام.آ شکل دهی‌شده در پایان فرایند

در شکل (۱۳) نمودار توزیع ضخامت حاصل از مدل شبیه‌سازی‌شده با توزیع ضخامت مقطع قطعه پس از شکل‌دهی مقایسه شده است. از این نمودار نیز می‌توان تطبیق نتایج حاصل از شبیه‌سازی ورق پی.ام.آ با مدل الاستیک- پلاستیک را با نتایج تجربی مشاهده نمود. همان‌طور که انتظار می‌رود کمترین ضخامت مربوط به نقطهٔ CTP و بیشترین ضخامت مربوط به لبه‌های ورق (یعنی جایی که بین دو قالب قرار می‌گیرد) است.

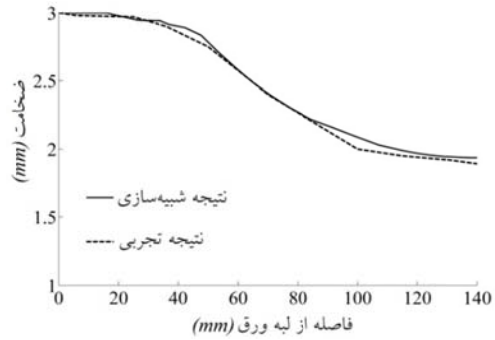
برای اطمینان از نتایج حاصل، پنج آزمایش دیگر با ورق پی.ام.آ به‌ضخامت ۲/۵ میلی‌متر و همان ابعاد قبلی انجام گرفت، به‌گونه‌ای که در هر آزمایش مقدار فشار هوای اعمال‌شده متفاوت از آزمایش‌های دیگر بود. نتایج حاصل از این آزمایش‌ها در شکل‌های (۱٤ و ۱۵) به‌نمایش درآمده است. شکل (۱٤) مقدار ارتفاع نقطهٔ CTP و شکل (۱۵) مقدار ضخامت در این نقطه را به‌ازای فشارهای مختلف نشان می‌دهد. باتوجه‌به شکل‌ها می‌توان تطبیق نتایج را مشاهده و از صحت به‌کارگیری مدل الاستیک-پلاستیک اطمینان حاصل نمود. باتوجه‌به نتایج به‌دست آمده از این آزمایش‌ها می‌توان از شبیه‌سازی فرایند شکل‌دهی گرم ورق پی.ام.آ با مدل الاستیک- پلاستیک برای تشخیص اثرات دما، فشار و ضخامت برروی پروفیل نهایی و به‌کارگیری این نتایج در یک شبکهٔ عصبی استفاده نمود.



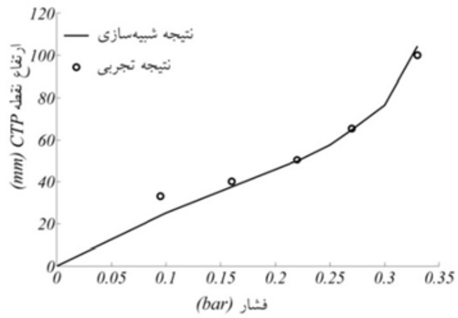
شکل ۱۱ مقایسهٔ بین پروفیل‌های تجربی و شبیه‌سازی شده



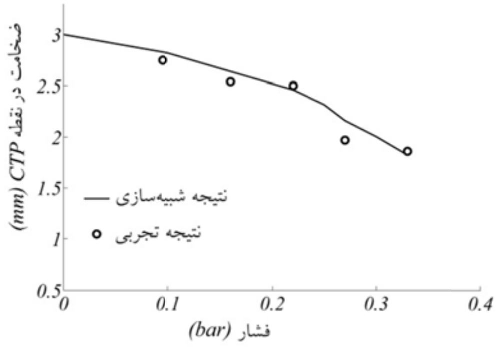
شکل ۱۲ ارتفاع CTP قبل و بعد از باربرداری و مقدار برگشت ارتفاع




شکل ۱۳ مقایسهٔ ضخامت واقعی و نتایج شبیه‌سازی

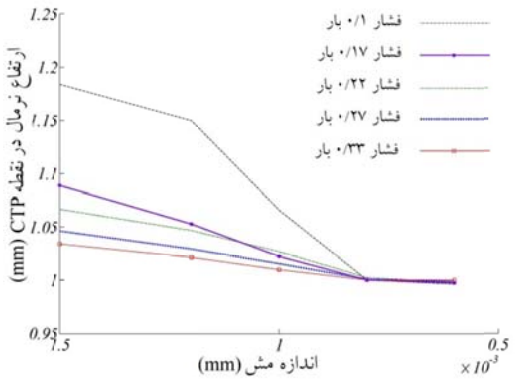



شکل ۱۴ ارتفاع نقطهٔ CTP در فشارهای مختلف برای نتایج واقعی و شبیه‌سازی




شکل ۱۵ ضخامت نقطهٔ CTP در فشارهای مختلف برای نتایج واقعی و نتایج شبیه‌سازی

برای بررسی حساسیت جواب‌ها به اندازهٔ مش، در شبیه‌سازی‌های مختلف با المان پوسته، اندازه‌های مختلف مش به کار گرفته شد. در شکل (۱۶) نمودار اندازهٔ مش برحسب ارتفاع نرمال نسبت به ریزترین مش در نقطهٔ CTP برای پنج فشار مختلف به نمایش درآمده است. نتایج نشان می‌دهد که با انتخاب اندازهٔ ۰/۰۰۰۸ میلی‌متر برای مش‌ها، نتایج هم‌گرا شده است و کاهش بیشتر این اندازه تغییر چندانی در نتایج خروجی ایجاد نخواهد کرد.




شکل ۱۶ اندازهٔ مش برحسب ارتفاع نرمال نسبت به ریزترین مش در نقطهٔ CTP برای فشارهای مختلف

## بهبود کیفیت اپتیکی قطعه به‌کمک روش شکل‌دهی با لاستیک

یکی از مواردی که در کیفیت محصولات شفاف پلیمری اثر می‌گذارد، هموار بودن سطح قطعه و نبود اعوجاج است. البته اکثر محصولات پلیمری که با روش شکل‌دهی حرارتی شکل داده می‌شوند، اندکی اعوجاج دارند. اما مقدار اعوجاج موجود در سطح محصول نباید به‌گونه‌ای باشد که در تصویر اجسام پشت آن تأثیر بگذارد.

از جمله عواملی که می‌تواند بر هموار بودن سطح قطعه و میزان اعوجاج ایجادشده در آن اثر بگذارد، توزیع ضخامت قطعه است. هرچه توزیع ضخامت در قطعه یکنواخت‌تر باشد، سطح قطعه و درنتیجه تصویر اجسامی که از پشت آن دیده می‌شوند، هموارتر خواهد بود [13]. معمولاً در قطعاتی که با روش شکل‌دهی آزاد تولید می‌شوند، قسمت مرکزی کمترین ضخامت را دارد و لبه‌های قطعه که بین دو قالب قرار می‌گیرند، پس از شکل‌دهی دارای بیشترین ضخامت هستند. هرچه اختلاف بیشترین و کمترین مقدار ضخامت،

بیشتر باشد، شیب نمودار توزیع ضخامت قطعه بیشتر خواهد شد. از طرف دیگر وجود ناهمواری در نمودار و به‌عبارت ساده‌تر موج‌دار بودن نمودار نیز در کیفیت نامطلوب قطعه اثر خواهد گذاشت [13]. لذا در طراحی فرایند شکل‌دهی، تلاش باید در جهتی باشد که توزیع ضخامت یکنواخت‌تر و به‌تبع آن، کیفیت مطلوب‌تری به‌دست آید.

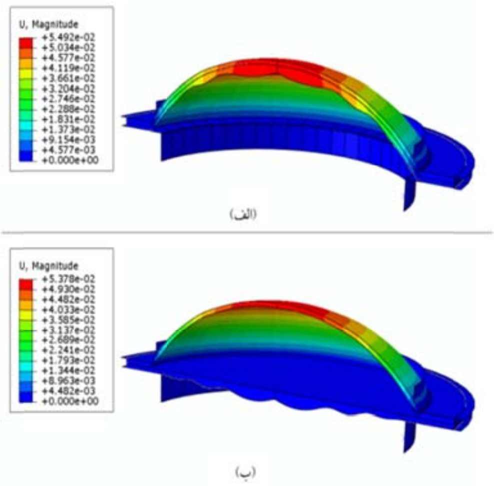
از دیگر عواملی که می‌تواند برروی کیفیت اپتیکی محصول اثر بگذارد، توزیع کرنش برشی در قطعه است [13]. کرنش برشی به‌نوعی بیانگر حرکت لایه‌های ورق روی یکدیگر در حین فرایند شکل‌دهی است. هرچه حرکت این لایه‌ها روی یکدیگر کمتر باشد، مقدار شکست و یا انحراف نور و درنتیجه انحراف تصویر اجسام در پشت قطعه کمتر خواهد بود [13]. بنابراین هرچه نمودار کرنش برشی در یک قطعه دارای مقدار کمتری باشد، کیفیت محصول ازنظر اپتیکی بهتر خواهد بود. به‌همین‌دلیل اگر بتوان توزیع ضخامت نهایی و کرنش برشی قطعه را تا حدودی در اختیار گرفت، می‌توان به محصولی با کیفیت اپتیکی مطلوب‌تر دست یافت.

ایده‌ای که در این پژوهش برای کنترل توزیع ضخامت و کرنش در ورق مطرح می‌شود، شکل‌دهی به‌کمک لاستیک است. در این روش لاستیکی با خصوصیات نزدیک به ورق و با اندازه‌ای مشابه، در زیر آن قرار می‌گیرد و در هنگام شکل‌دهی، فشار هوا به‌جای ورق به لاستیک وارد می‌شود. با اعمال فشار، ورق و لاستیک شروع به باد شدن می‌کنند و بسته‌به مقدار فشار اعمالی و نیز شکل لاستیک، تا ارتفاع مشخصی بالا می‌روند. با سرد شدن مجموعه و قطع فشار هوا، لاستیک شکل خود را از دست می‌دهد و به شکل اولیه باز می‌گردد. اما ورق که وارد فاز پلاستیک می‌شود، شکل نهایی خود را حفظ می‌کند و محصول موردنظر به‌دست می‌آید. این روش به‌نوعی یادآور روش شکل‌دهی با سنبه است؛ اما تفاوت‌هایی بین این دو روش وجود دارد که باعث برتری روش شکل‌دهی با لاستیک نسبت به روش شکل‌دهی به‌کمک سنبه می‌شود. نخست آنکه جنس لاستیک بسیار متفاوت از سنبه است و با انتخاب لاستیکی با خصوصیات نزدیک به ورق، اثرات سوئی که شکل‌دهی با سنبه برروی ورق دارد، برطرف خواهد شد. تفاوت دیگر این است که در شکل‌دهی به‌کمک سنبه، در لحظهٔ تماس، ابتدا قسمتی از سنبه با ورق برخورد می‌کند و با گذشت زمان، در حین فرایند بارگذاری، تماس بین سنبه و ورق کامل می‌شود. این عامل سبب توزیع غیریکنواخت ضخامت در قسمت‌های مختلف ورق می‌شود. اما در استفاده از لاستیک برای شکل‌دهی، ورق و لاستیک از ابتدا و به‌صورت تمام‌سطح با یکدیگر در تماس هستند و شکل‌دهی به‌طور یکنواخت انجام می‌شود. آزمایش‌های عملی نیز نشان می‌دهند که لاستیک اثر قابل‌توجهی بر سطح ورق نمی‌گذارد.

در روش موردنظر، سطح بالایی لاستیک به‌صورت کاملاً صاف و صیقلی است و در تماس مستقیم با ورق قرار می‌گیرد. اما سطح پایینی را می‌توان به‌صورت دل‌خواه و با ضخامت متغیر در نقاط مختلف طراحی کرد. به‌نظر می‌رسد برای کاهش و یا افزایش ضخامت ورق در یک نقطه، می‌توان از تغییر ضخامت لاستیک در همان نقطه استفاده نمود. برای بررسی این اثر و نتیجهٔ حاصل از شکل‌دهی به‌کمک لاستیک، از شبیه‌سازی استفاده شد.

***روند شبیه‌سازی.*** برای توصیف ویژگی‌های لاستیک در نرم‌افزار شبیه‌سازی فرایند، از ویژگی‌های لاستیک پلی‌کربنات (Poly Carbonate (PC) Rubber) که خصوصیاتی نزدیک به پی.ام.ام.آ دارد، استفاده شد [9]. لاستیک به‌صورت یک مادهٔ هایپرالاستیک درنظر گرفته شد و از مدل مونی-ریولین برای آن استفاده گردید [9]. با جای‌گذاری لاستیک در زیر ورق، فرایند مانند قبل شبیه‌سازی شد و در شبیه‌سازی‌های مختلف، فشار

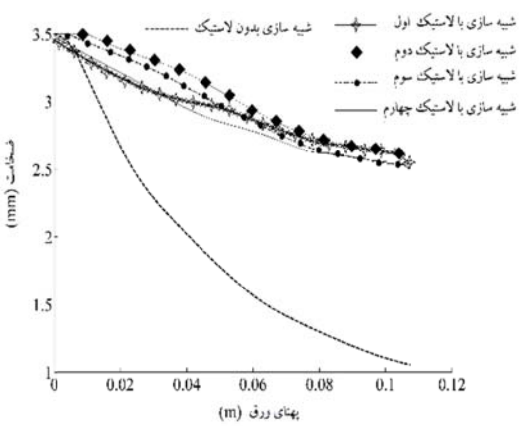
اعمالی، شرایط مرزی و سایر ویژگی‌های فرایند یکسان درنظر گرفته شد، تنها شکل لاستیک، متفاوت از یک‌دیگر انتخاب گردید. در شکل (۱۷) نتایج مربوط به یکی از شبیه‌سازی‌ها نشان داده شده است. پس‌از انجام شبیه‌سازی‌های مختلف، نتایج توزیع ضخامت و کرنش برشی محصولات نهایی، با یکدیگر و با نتایج مربوط به شبیه‌سازی بدون لاستیک مقایسه گردید. در جدول (٤) شکل لاستیک در چهار مورد از شبیه‌سازی‌ها معرفی شده و در شکل (۱۸) نمودارهای توزیع ضخامت مربوط به این شبیه‌سازی‌ها نشان داده شده است. همان‌گونه که ملاحظه می‌شود، نتایج بسیار بهتر از حالتی است که فرایند بدون استفاده از لاستیک انجام می‌شد. در این شکل، نمودارهای توزیع ضخامت روند هموارتری را نسبت به حالتی که لاستیک وجود نداشت، طی می‌کنند و میزان کاهش ضخامت در این نمودارها بسیار کمتر از قبل است. به‌نظر می‌رسد که وجود لاستیک، نقیصهٔ کاهش زیاد ضخامت را تاحدودی برطرف می‌کند و در قسمت‌های بالایی ورق که میزان تغییرشکل زیاد است، لاستیک با تغییرشکل برگشت‌پذیر خود، از تغییرشکل بیش‌ازاندازهٔ ورق پی.ام.آ جلوگیری کرده است. البته مقداری ناهمواری و به‌عبارت دیگر اعوجاج در نمودارهای توزیع ضخامت دیده می‌شود که به‌نظر می‌رسد با شکل لاستیک ارتباط دارد. این امر در نمودارهای مربوط به کرنش برشی قطعات نهایی حاصل از شبیه‌سازی نیز به‌چشم می‌خورد. در شکل (۱۹) نمودارهای کرنش برشی ورق پی.ام.آ مربوط به چند شبیه‌سازی نشان داده شده است. باتوجه به این نمودارها، مقدار کرنش برشی نیز با وجود لاستیک بسیار کمتر از حالت بدون لاستیک می‌باشد. لذا می‌توان این نتیجه را گرفت که اعوجاج ایجاد شده در نمودارهای توزیع ضخامت و کرنش برشی، با شکل لاستیک ارتباط دارد. لذا با تغییرشکل لاستیک و به‌دست آوردن شکل مناسب برای آن، می‌توان اعوجاج مذکور را نیز بهبود بخشید.



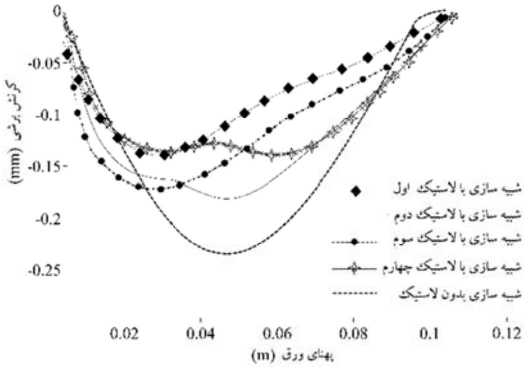
شکل ۱۷ نتیجهٔ شبیه‌سازی فرایند شکل‌دهی به‌کمک لاستیک

جدول ٤ شکل لاستیک در چهار شبیه‌سازی مختلف

| شماره شبیه‌سازی | شکل لاستیک |
|---|---|
| ۱ |  |
| ۲ |  |
| ۳ |  |
| ٤ |  |



شکل ۱۸ توزیع ضخامت پی.ام.آ در شکل‌دهی به‌کمک لاستیک




شکل ۱۹ توزیع کرنش برشی پی.ام.آ در شکل‌دهی به‌کمک لاستیک

## استفاده از شبکهٔ عصبی و الگوریتم ژنتیک در طراحی شکل مناسب لاستیک برای بهبود کیفیت اپتیکی ورق پی.ام.آ

برای به‌دست آوردن قطعهٔ مورد نظر، با کیفیت مطلوب، یکی از پروفیل‌های تجربی به‌عنوان پروفیل مبنا درنظر گرفته شد و شکل مناسب لاستیک برای رسیدن به این پروفیل، به‌دست آمد. با این تفاوت که قطعهٔ به‌دست آمده، این‌بار دارای کیفیت اپتیکی به‌مراتب بهتر از قطعهٔ تجربی موجود خواهد بود. لذا بااستفاده از شبکهٔ عصبی، رابطهٔ شکل‌های مختلف لاستیک برای رسیدن به پروفیل مبنا بررسی می‌شود و به‌کمک الگوریتم ژنتیک شکل مناسب انتخاب می‌گردد.

برای این منظور، در قسمت‌های مختلف لاستیک، پنج نقطه، هرکدام به فاصلهٔ بیست میلی‌متر از دیگری انتخاب شد؛ در هر شبیه‌سازی ضخامت لاستیک در این نقاط تغییر کرد و بهترین منحنی درجهٔ سومی که از این نقاط می‌گذرد برای ایجاد شکل لاستیک درنظر گرفته شد. این پنج نقطه و ضخامت لاستیک در این نقاط در شکل (۲۰) مشخص شده‌اند. لازم به ذکر است که ضخامت لاستیک در قسمت بین قالب و ورق، ثابت و بدون تغییر باقی مانده است.

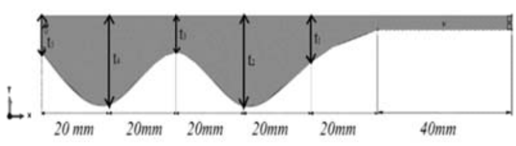
چندین شبیه‌سازی انجام شد و در هر مورد، اندازه‌های متفاوتی برای نقاط پنج‌گانه درنظر گرفته شد. اندازهٔ ضخامت در این نقاط بین سه تا بیست میلی‌متر انتخاب گردید. بنابراین پنج اندازهٔ $t_1$ تا $t_5$ به‌عنوان ورودی‌های شبکهٔ عصبی درنظر گرفته شد. مجموع مربعات اختلاف نقاط متناظر دو پروفیل (پروفیل شبیه‌سازی شده و پروفیل مبنا) نیز به‌عنوان خروجی به شبکهٔ عصبی معرفی گردید. برای به‌کارگیری شبکهٔ عصبی، از نرم‌افزار متلب استفاده گردید. شبکهٔ عصبی ایجاد شده از نوع پس‌انتشار خطا بود و ازطریق تشکیل ماتریس هِسیان آموزش داده شد. در استفاده از شبکهٔ عصبی توصیه می‌شود همیشه تعداد نورون‌های لایهٔ اول از تعداد متغیرهای ورودی بیشتر باشد. به‌همین‌دلیل تعداد نورون‌ها ۸ تا انتخاب شد. توابع لایه‌های میانی در شبکهٔ عصبی عموماً غیرخطی و از نوع توابع سیگموئیدی هستند. در شبکهٔ مذکور، یک لایهٔ میانی از نوع تانژانت سیگموئیدی (Tan.Sig.) انتخاب شد و لایهٔ خروجی به‌صورت تک نورون و با تابع خطی درنظر گرفته شد. همچنین در ایجاد شبکهٔ عصبی از برنامه‌ای موسوم به روش اعتبارسنجی K (K-fold cross Validation Method) استفاده شد. براساس این برنامه به‌جای یک‌بار آموزش شبکه و یک شبیه‌سازی با مقادیر ورودی و خروجی، شبکه به اندازهٔ تعداد آزمایش‌های مسئله آموزش داده می‌شود [16]. لذا شبکهٔ دقیق و دارای درصد خطای بسیار کمی (۳/۶٪) به‌دست آمد. مقدار مجموع مربعات باقی‌مانده (R-Square) نیز برای این شبکه برابر با ۰/۹۷۶ به‌دست آمد که یک مقدار مطلوب است. شبکه رابطهٔ بین ضخامت نقاط مختلف لاستیک با میزان انطباق پروفیل خروجی بر پروفیل مبنا را به‌صورت رابطهٔ (۱۰) ارائه نمود.

$$F(t_i) = M_2\left[\tanh\left(M_1 * \begin{Bmatrix} t_1 \\ t_2 \\ t_3 \\ t_4 \\ t_5 \end{Bmatrix} + B_1\right)\right] + B_2 \qquad (۱۰)$$

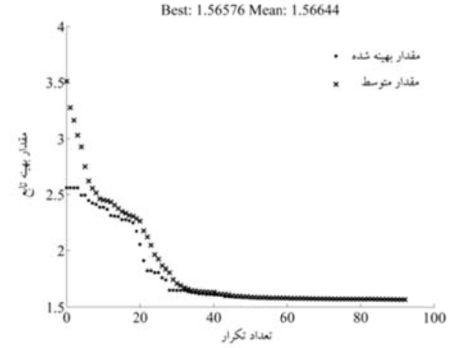
در رابطهٔ (۱۰)، $M_1$ ماتریس وزن‌های لایهٔ اول با مرتبهٔ (۵×۸) و $B_1$ ماتریس مقادیر اضافهٔ (بایس) لایهٔ اول با مرتبهٔ (۱×۸) می‌باشد. $M_2$ و $B_2$ نیز مربوط به لایهٔ دوم و به‌ترتیب (۱×۸) و (۱×۱) هستند. $F$ نیز تابع خروجی شبکه و بیانگر مجموع مربعات اختلاف نقاط پروفیل موردنظر با پروفیل مبنا، برحسب میلی‌متر است.

رابطهٔ مذکور توسط روش الگوریتم ژنتیک بهینه شد و کمترین مقدار آن به‌دست آمد. در شکل (۲۱) نمودار روند کمینه کردن تابع به‌نمایش درآمده است. باتوجه به این شکل، به‌ازای مقادیر مشخص‌شده در جدول (۵)، برای $t_1$ تا $t_5$، کمترین اختلاف بین پروفیل‌های مبنا و شبیه‌سازی‌شده حاصل خواهد شد. مجموع مربعات اختلاف نقاط این دو پروفیل برابر است با: ۱/۵۶۵۷۶ میلی‌متر.

باتوجه به نتایج ارائه‌شده توسط الگوریتم ژنتیک، شکل لاستیک طراحی و یک شبیه‌سازی به‌کمک آن انجام گرفت. در شکل (۲۲) پروفیل حاصل از شبیه‌سازی با پروفیل مبنا مقایسه شده است. همان‌گونه که ملاحظه می‌شود اختلاف دو پروفیل کم و قابل‌قبول است. در شکل (۲۳) نیز نمودار توزیع ضخامت نهایی قطعهٔ تجربی، قطعهٔ شبیه‌سازی‌شده به‌کمک لاستیک و بدون آن مقایسه شده‌اند. ملاحظه می‌شود که توزیع ضخامت قطعهٔ شبیه‌سازی‌شده در فرایند شکل‌دهی با لاستیک، هموارتر و یکنواخت‌تر از توزیع ضخامت قطعهٔ تجربی و شبیه‌سازی‌شده در فرایند بدون لاستیک است.



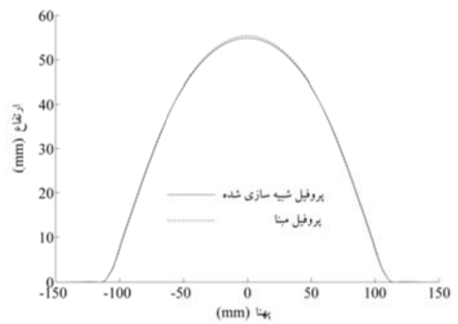

شکل ۲۰ انتخاب ۵ نقطه در لاستیک برای تغییر ضخامت و شکل لاستیک



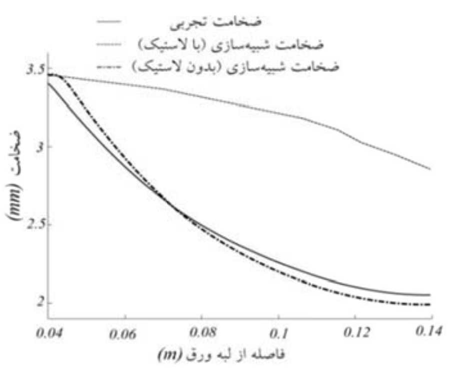

شکل ۲۱ روند کمینه کردن مقدار رابطهٔ شکل لاستیک و پروفیل خروجی

جدول ۵ مقادیر ضخامت پیشنهادی نقاط مختلف لاستیک (میلی‌متر)

| | |
|---|---|
| $t_1$ | 3.326 |
| $t_2$ | 10.678 |
| $t_3$ | 9.524 |
| $t_4$ | 3.498 |
| $t_5$ | 7.088 |




شکل ۲۲ مقایسهٔ پروفیل‌های تجربی و شبیه‌سازی‌شده در شبیه‌سازی به‌کمک لاستیک




شکل ۲۳ مقایسهٔ توزیع ضخامت قطعهٔ تجربی و شبیه‌سازی‌شده در شکل‌دهی با لاستیک و بدون آن

## بحث و نتیجه‌گیری

روش شکل‌دهی آزاد یکی از پرکاربردترین روش‌ها برای شکل‌دهی مواد است. بسیاری از پلیمرها ازجمله پلی‌متیل‌متکریلات (پی.ام.آ) با این روش شکل داده می‌شوند. در چنین محصولاتی، ویژگی‌های اپتیکی قطعهٔ نهایی دارای اهمیت زیادی است. لذا بررسی عوامل مؤثر در این کیفیت و تلاش درجهت بهبود آنها، می‌تواند به تولید محصولات با خواص مطلوب‌تر کمک کند.

در این مقاله فرایند شکل‌دهی ورق پی.ام.آ توسط آزمایش‌های عملی انجام شد و نتایج آن با نتایج شبیه‌سازی فرایند در یک نرم‌افزار اجزای محدود و با به‌کارگیری مدل الاستیک- پلاستیک مقایسه گردید. براساس نتایج، مدل الاستیک- پلاستیک برخلاف مدل‌های هایپرالاستیک و ویسکوالاستیک قادر به شبیه‌سازی تمام مراحل فرایند می‌باشد و میزان برگشت ارتفاع، نتایج توزیع ضخامت و پروفیل نهایی را به‌خوبی پیش‌بینی می‌کند. بنابراین به‌نظر می‌رسد برای مدل‌سازی فرایند شکل‌دهی ورق‌های اکریلیک، به‌ویژه در نرخ کرنش‌های پایین نیازی به درنظر گرفتن اثرات نرخ کرنش و استفاده از مدل‌هایی مانند ویسکوالاستیک و ویسکوپلاستیک نیست؛ بلکه مدل سادهٔ الاستیک- پلاستیک نیز می‌تواند برای شبیه‌سازی این ماده به‌کار رود. همچنین درصورت کنترل کردن مقدار برگشت ارتفاع ورق در حین شکل‌دهی و کاهش این مقدار، می‌توان از ایجاد چروکیدگی و درنتیجه ایجاد یا تشدید عیوب اپتیکی در قطعه جلوگیری نمود.

دو عامل توزیع ضخامت و توزیع کرنش برشی در قطعهٔ نهایی، می‌تواند بیانگر میزان اعوجاج ایجادشده در قطعه و کیفیت اپتیکی آن باشد. با دراختیار گرفتن روند توزیع ضخامت و کرنش برشی نهایی در حین شکل‌دهی، می‌توان به ضخامت یکنواخت‌تر و کرنش برشی کمتر در محصول دست یافت. روش پیشنهادی در این پژوهش، استفاده از یک لاستیک در فرایند شکل‌دهی است که به‌کمک آن می‌توان توزیع ضخامت قطعه را تا حدودی در اختیار گرفت و ضخامت یکنواختی تولید نمود. برای اثر نگذاشتن لاستیک برروی سطح ورق، بهتر است خصوصیات مکانیکی و حرارتی لاستیک، نزدیک به خصوصیات ورق باشد. با تغییر ضخامت لاستیک در نقاط مختلف، می‌توان ضخامت‌ها و کرنش برشی متفاوتی را در ورق به‌دست آورد. با طراحی شکل مناسب برای لاستیک، علاوه‌بر حصول قطعه با کیفیت اپتیکی بهتر، می‌توان شکل قطعهٔ نهایی را نیز با دقت زیادی پیش‌بینی نمود و حتی اشکالی که با روش معمول شکل‌دهی آزاد نمی‌توان آنها را به‌دست آورد، با این روش تولید نمود.

## مراجع


1. Carlone, P. and Palazzo, G.S., "Finite Element Analysis of the Thermoforming Manufacturing Process Using the Hyper elastic Mooney-Rivlin Model", *International Conference on Computational Science and Its Applications (ICCSA)*, Glasgow, UK, Vol. 3980, pp. 794-803, (2006).
2. Dong, Y., Lin, R.J.T. and Bhattacharyya, D., "Determination of critical material parameters for numerical simulation of acrylic sheet forming", *Journal of Material Science*, Vol. 40, pp. 399–410, (2005).
3. Dong, Y., Lin, R.J.T. and Bhattacharyya, D., "Finite element simulation of thermoforming acrylic sheets using dynamic explicit method", *Journal of Polymer and Composite*, Vol. 14, pp. 307–328, (2006).

4. Satarian, M., "Reconnaissance Behavior of poly methyl methacrylate in the Free forming Process Using Simulation and Practical test", MSc Thesis, Department of Mechanical Engineering, Najaf Abad University, Isfahan, (2010).
5. Throne, J.L., "*Thermoforming*", First Edition, Hanser Publication, New York, (1987).
6. Senn, T., Waberski, Ch., Wolf, J., Esquivel, J.P., Sabaté, N. and Löchel, B., "3D structuring of polymer parts using thermoforming processes", *Journal of Microelectron Engineering*, Vol. 88, pp. 11–16, (2011).
7. Amiri, E., "A Finite Element Investigation on Thickness Distribution of PMMA Sheets in a Combination of Free Forming and Plug Assistance Forming", *17th Annual (International) Conference on Mechanical Engineering (ISME)*, University of Tehran, Iran,. (2009).
8. R´egnier, G., Gilormini, P. and Chevalier, L., "Thermoforming poly (methyl methacrylate) transparencies", *Society of Plastics Engineers*, Vol. 40, pp. 376-388, (2010).
9. Varghese, A.G. and Batra, R.C., "Constitutive equations for thermo mechanical deformations of glassy polymers", *International Journal of Solids and Structures*, Vol. 46, pp. 4079–4094, (2009).
10. Krevelen, D.W. and Nijenhuis, K.T., *"Properties of Polymers*", Fourth Edition, Elsevier Publication, Netherland, (2009).
11. Richeton, J., Ahzi, S., Vecchio, K.S., Jiang, F.C. and Makradi, A., "Modeling and validation of the large deformation inelastic response of amorphous polymers over a wide range of temperatures and strain rates", *International Journal of Solids and Structures,* Vol. 44, pp. 7938–7954, (2007).
12. O'Connor, C.P.J., Menary, G., Martin, P.J. and McConville, E., "Finite element analysis of the thermoforming of Polypropylene", *International Journal of Material Forming,* Vol. 1, pp. 779-782, (2008).
13. Scheer, H.C., Bogdanski, N., Wissen, M., Konishi, T. and Hirai, Y., "Polymer time constants during low temperature Nano imprint lithography", *Journal of Vacuum Science and Technology*, Vol. 23, pp. 2963-2966, (2005).
14. Azdast, T., Doniavi, A., Ahmadi, S.R. and Amiri, E., "Numerical and experimental analysis of wall thickness variation of a hemispherical PMMA sheet in thermoforming process", *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, Vol. 64, pp. 113-122, (2013).
15. Dunne, F. and Petrinic, N., "*Introduction to Computational Plasticity*", Oxford University Press, United Kingdom, (2005).
16. McLachlan, J.G., Kim-Anh, D. and Ambroise, C., "*Analyzing Microarray Gene Expression Data*", First Edition, Wiley-Interscience, London, (2004).